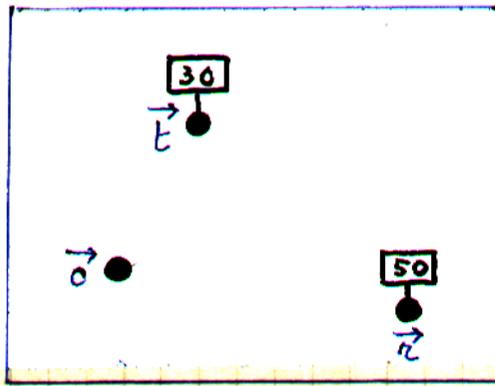


11

Inéquations des demi-plans

1. Achats de prix $< c$

Voici le tarif affiché dans notre petite échoppe :



— Marque un achat de 75 F



\vec{E}

$\vec{0}$

\vec{r}

$\vec{75}$

— ... tous les achats de 75 F

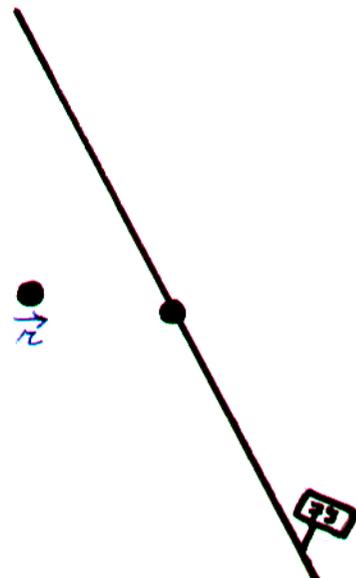


\vec{E}

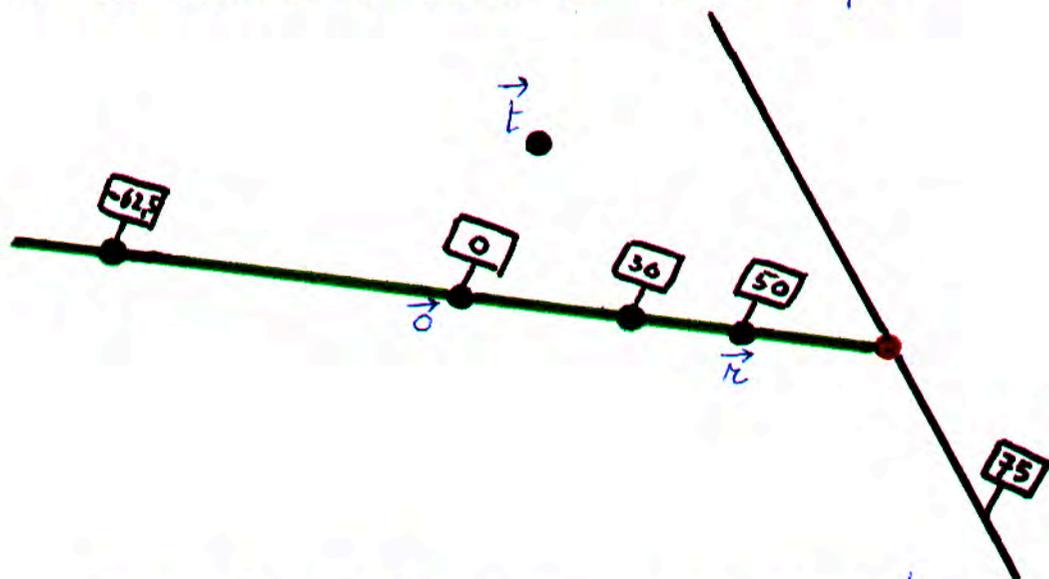
$\vec{0}$

\vec{r}

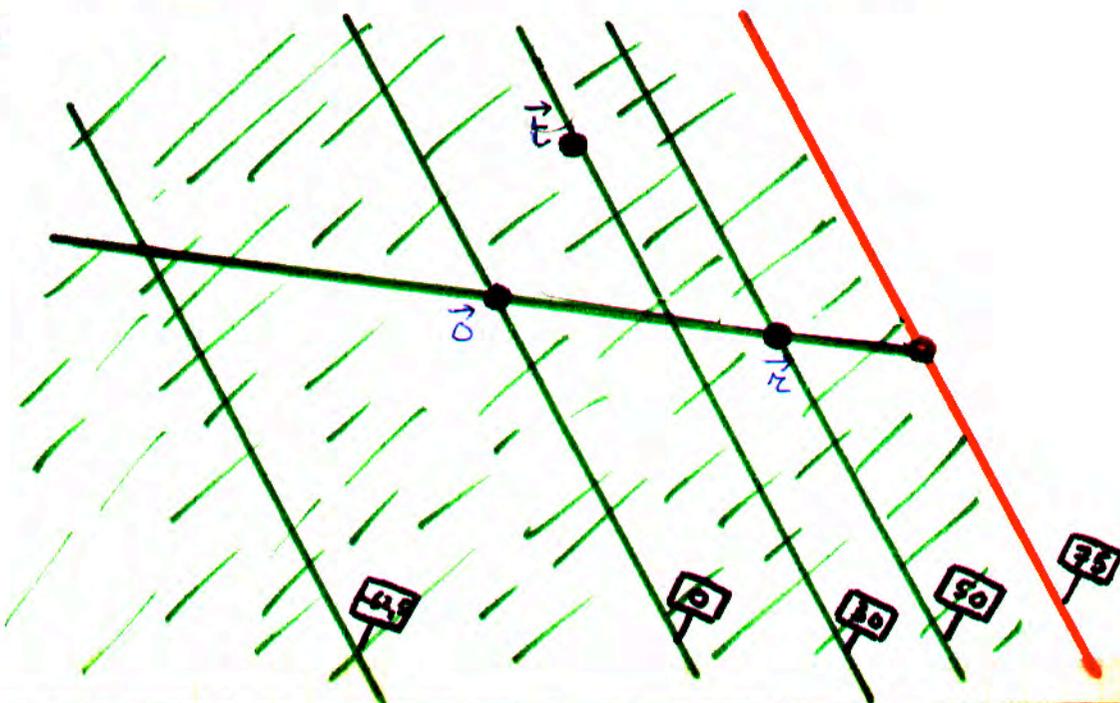
$\vec{75}$



- ... les achats de raisin de moins de 75 F



- ... tous les achats de moins de 75 F!



- Explique!

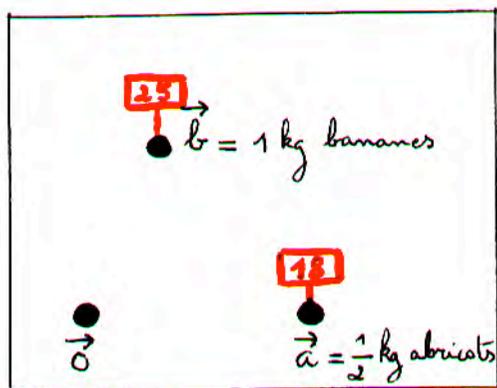
$c \in \mathbb{R}$

tarif non nul

1

- L'ensemble des achats de prix $< c$ (resp. $> c$) est un demi-plan ouvert.
- L'ensemble des achats de prix $\leq c$ (resp. $\geq c$) est un demi-plan fermé.

Exercice



Dessine l'ensemble des achats que l'on peut effectuer avec 100 F.
Dessine l'ensemble des achats qui coûtent plus de 30 F.

2 Inéquations des demi-plans

droite $D \equiv ax + by = c$

1

- $A \equiv ax + by < c$ et $B \equiv ax + by > c$
sont les demi-plans ouverts de bord D
- $E \equiv ax + by \leq c$ et $F \equiv ax + by \geq c$
sont les demi-plans fermés de bord D

* En un vecteuriel d'achats de base (\vec{e}, \vec{u}) le prix non nul p est défini par

$$p(\vec{e}) = a, \quad p(\vec{u}) = b$$

L'ensemble A des couples de réels (x, y) tels que $ax + by < c$

$=$
l'ensemble des achats $x\vec{e} + y\vec{u}$ de prix $< c$

$=$
un des demi-plans ouverts de bord D □

Le reste de l'énoncé en découle.

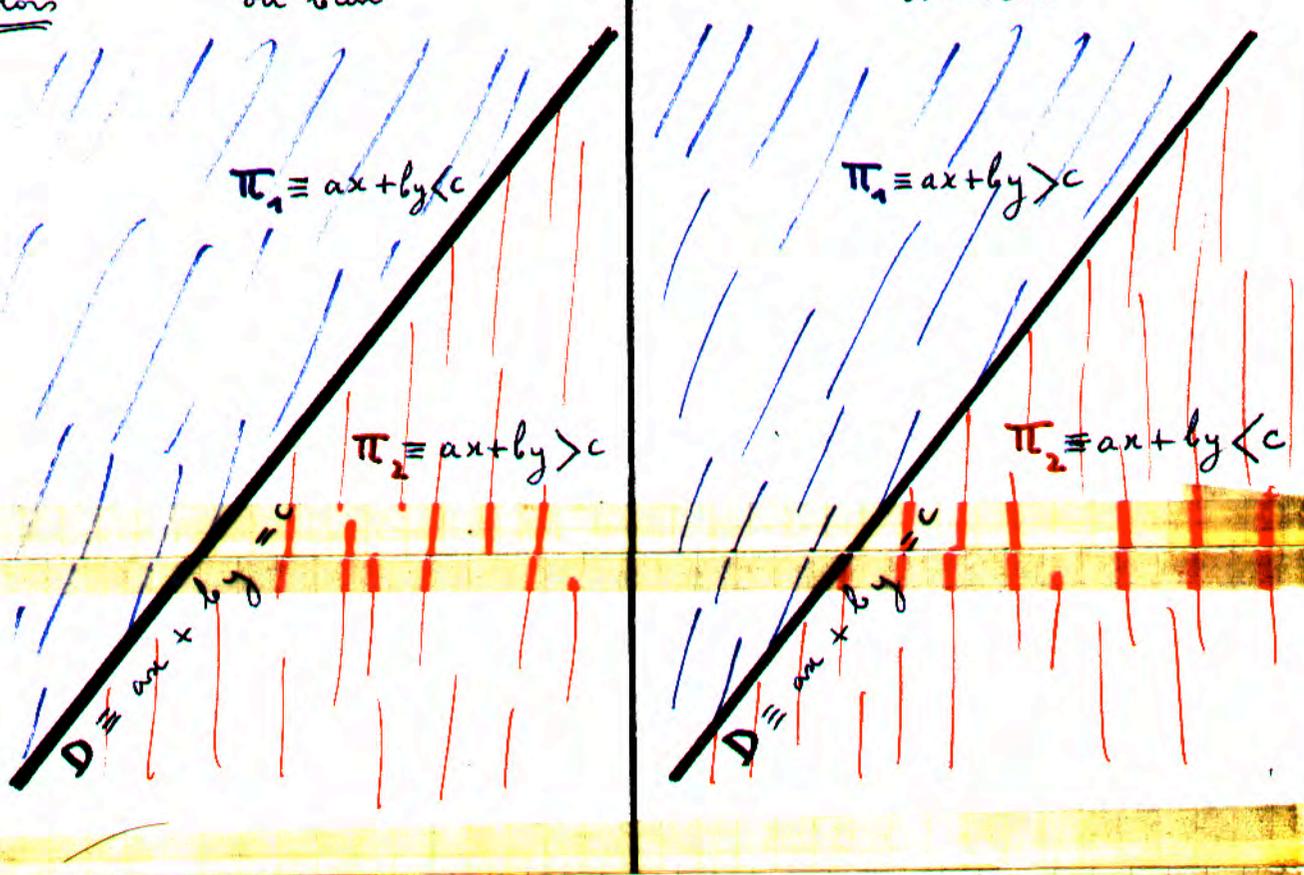
Si la droite $D \equiv ax + by = c$

Alors

ou bien

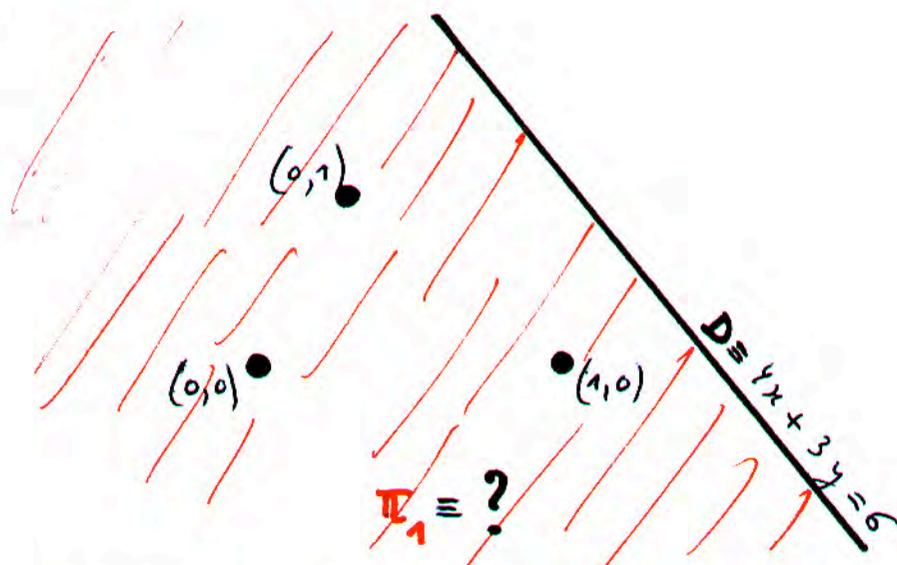
ou bien

à plats
rouge et
bleu



Exercices

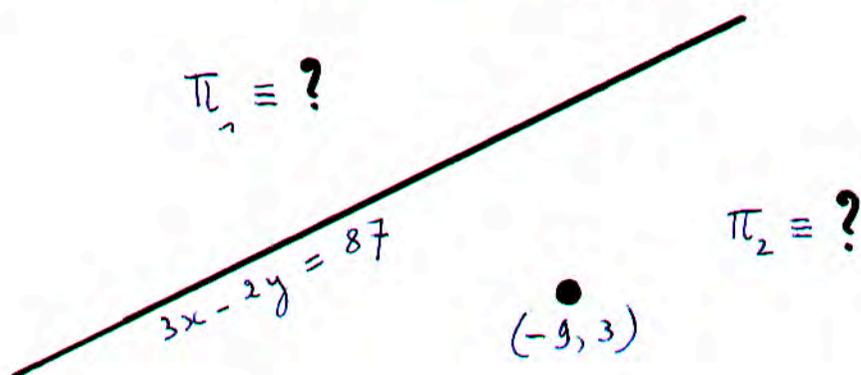
1.



$$(0, 0) \in \pi_1 \quad \text{et} \quad 4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 < 6$$

Donc
$$\pi_1 \equiv 4x + 3y < 6$$

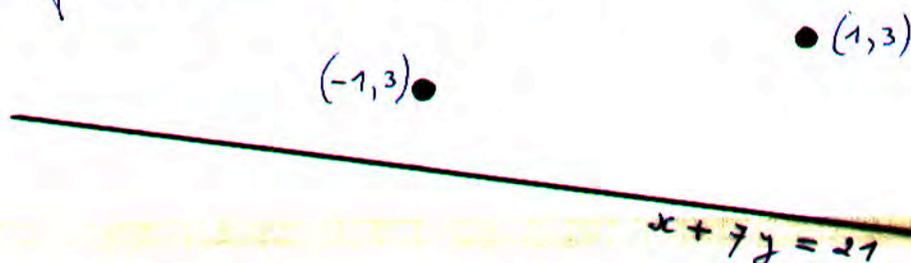
2.



$$\pi_1 \equiv ?$$

$$\pi_2 \equiv ?$$

3. Que penses-tu de ce dessin ?



4. Représente en vert-rouge les demi-plans définis par

a) $x + y \geq 2$

d) $y \geq 0$

b) $x - y + 1 < 0$

e) $2x - 3y < 2y - 1$

c) $x < 0$

f) $7x - 3y - 7 \leq 2x - 9y - 3$

5. En vert-rouge dessine

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y - 2 < 0 \text{ et } x - y + 1 < 0\}$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + y) \cdot (x - y) < 0\}$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0 \text{ et } x - y + 2 > 0 \text{ et } 3x + y - 1 > 0\}$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x + y - 2 < 0 \text{ et } x + 2y + 2 \geq 0 \text{ et } x - y + 1 \geq 0\}$$