

Heureux vingtième anniversaire , Minicomputer !

И*

CBPM

Ils étaient annoncés et ils sont arrivés : les envahisseurs sont en nos murs. Les calculateurs électroniques de poche se sont répandus au pays de l'enseignement de la mathématique, mettant un point final aux heures et aux heures pénibles, et souvent désespérantes, d'essais infructueux pour inculquer à tous les enfants les automatismes du calcul. Ce faisceau d'automatismes peut aujourd'hui tenir très concrètement dans la main de l'enfant, comme un bâton de chocolat.

Un pas de plus vers la libération de l'homme est accompli.

Comme ce fut le cas des exploits physiques dans les temps préhistoriques, les automatismes du calcul ont servi à la protection de l'espèce dans la jungle pré-electronique. Ce temps est révolu ! Nous, enseignants de la mathématique, devons nous convaincre que cette virtuosité au présent calcul numérique deviendra de plus en plus inutile. Comme ce fut le cas de toutes les autres aptitudes manuelles ou intellectuelles, tombées en désuétude à l'invention d'un nouvel outil ou d'une nouvelle machine, l'habileté en calcul mental ou écrit diminuera graduellement et finira pratiquement par disparaître.

* Traduit de l'anglais par J.Cl. MATTHYS, Directeur du CBPM, avec l'aimable autorisation de Burt KAUFMAN, Directeur du CSMP .

Article publié par CEMREL, Inc, corporation privée sans but lucratif, subventionnée en partie comme laboratoire éducationnel par le National Institute of Education, Department of Health, Education and Welfare (U.S.A.). Les opinions exprimées dans le texte ne reflètent pas forcément la position ou la politique du N.I.E. et on ne doit en tirer aucune approbation officielle.

L'enseignement du calcul doit être complètement changé et repensé depuis le début. Pour l'homme de la rue, les aspects techniques de la mathématique deviendront de moins en moins utiles tandis qu'apparaîtra de plus en plus l'importance des explications et aspects conceptuels. Comme à chaque découverte, existe le danger de devenir esclave de la machine. La seule manière de maîtriser cet assistant mécanique consiste à comprendre parfaitement son rôle sans nécessairement être capable de prendre sa place à pied d'oeuvre.

MINICOMPUTER fut créé dans cet esprit et à cet effet.

Pour des raisons évidentes, il n'a pas encore eu l'occasion d'être utilisé en classe en même temps que d'authentiques calculateurs électroniques de poche. Jusqu'ici, il n'y a pas encore d'interférence, aussi le moment est-il venu de dresser l'inventaire des divers aspects de Minicomputer.

Pour la suite, nous supposons que le lecteur est familier avec les règles et la présentation de Minicomputer, qu'il en a quelque expérience pratique et qu'il a déjà eu l'occasion d'observer des enfants jouant avec la machine. En fait, le présent article est dédié à tous ceux qui, ayant déjà une certaine expérience de l'enseignement utilisant Minicomputer, cherchent inspiration et réflexion nouvelle sur ce moyen pédagogique.

Je remercie pour leurs remarques stimulantes tous les participants du séminaire CSMP, dirigé par Burt KAUFMAN à Carbondale.

On trouvera une bibliographie en fin d'article.

*

Une machine à calculer ? NON !

Minicomputer n'est pas une machine à calculer.

Son but n'est pas de concurrencer les ordinateurs, les machines à calculer, les abaques russes ou japonais, le calcul écrit.

Il est un aide pédagogique pour l'apprentissage du calcul, pour l'intelligence du monde des nombres, pour une compréhension intuitive et nette des opérations élémentaires.

Mais ceci est un point de vue d'adulte, *a posteriori*.

Visiblement, à certains moments, *Minicomputer* apparaît aux enfants comme une merveilleuse machine magique. Et cela est bien car le message que *Minicomputer* aide à transmettre est une des conquêtes les plus importantes, les plus poétiques, les plus puissantes, les plus libératrices, les plus créatrices de l'humanité.

Minicomputer présente d'une manière mécanique saine la partie purement machinale du calcul, cette part du calcul qui peut être éventuellement réalisée par une vraie machine. Il contribue à faire comprendre comment plus d'un calcul peut être effectué par une machine, comment s'utilise une machine, comment ne pas devenir l'esclave d'une machine, comment ne pas s'asservir à un quelconque formalisme mathématique.

Puisque *Minicomputer* n'est pas une machine à calculer, de hautes performances ne constituent en aucune manière un but de son aide prêtée à l'enseignement.

Chiffres

Le calcul est toujours jeu de mots , jeu de synonymes.

Minicomputer permet de jouer ce jeu, en remplaçant l'esclavage par la liberté. Cependant certaines règles doivent être respectées.

SHAKESPEARE lui-même eut à se plier aux règles du vocabulaire anglais, de l'orthographe et de la grammaire.

To be or not to be . Personne ne déplore que chacun de ces mots ne comporte que deux ou trois lettres. Tout comme Shakespeare accepte la langue anglaise, Minicomputer accepte le système décimal de numération de position puisque celui-ci fait partie de la vie de tous les jours. Ainsi, à un changement près de la forme des chiffres décimaux, Minicomputer écrit 1974,601 comme de coutume.

Chiffres arabes occidentalisés	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Chiffres arabes arabes	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Chiffres de Minicomputer	+	+.	+..	+..	+.	+.	+..	+..	+.	+.
Chiffres de Lemaître adaptés			∟	∟	∩	∩	∩	∩	∩	∩

1 9 7 4 , 6 0 1


La forme des chiffres arabes est tout à fait arbitraire. Elle n'est en rien intelligiblement structurée. Par contre, les chiffres de Minicomputer sont structurés suivant des règles positionnelles binaires.

Binaire

L'argumentation en pédagogie de la mathématique n'est pas aussi simpliste que la déduction dans un système logique formel. Nous allons dresser une liste abondante de justifications pour la tendance binaire

de Minicomputer. Elles n'ont certainement pas toutes la même force de conviction mais nous n'essayerons pas d'introduire un ordre total ou partiel sur cet ensemble d'arguments. Nous laisserons au lecteur le choix de sa propre méthode de conversion.

Etre ou ne pas être, oui ou non, tout ou rien, flip ou flop, il ou elle, 1 ou 0, vrai ou faux. L'esprit binaire se trouve dans notre connaissance commune, dans notre logique formelle, dans notre logique implicite de tous les jours, dans Shakespeare ... Le théorème de dualité de PIAGET, considéré comme pierre angulaire par son auteur, est exactement un somptueux et fascinant jeu binaire. Minicomputer se sert de cet aspect binaire profondément enraciné dans la pensée humaine universelle comme d'un levier puissant de l'esprit mathématique et du calcul. Cette solidarité panthéiste devrait protéger la mathématique de sa relégation usuelle en un ghetto, coupé de toutes les autres activités humaines. Exactement comme d'autres, précisément comme la plupart des autres, simplement comme monsieur Tout le monde, qui ne fréquente ni l'école, ni l'université, ... Minicomputer conduit les élèves à apprendre le calcul dans l'esprit même selon lequel la plupart des calculs ont été effectués dans notre vallée de larmes. En effet, depuis les jours anciens d'Adam et Eve jusqu'au temps présent, la grande majorité des calculs a été accomplie durant ces dernières décades par les grands ordinateurs électroniques, qui sont essentiellement binaires bien qu'à entrée et sortie décimales.

Hybride

Tout comme leur minifrère, les ordinateurs électroniques sont hybrides *Binaires*, parce que le système binaire, déjà célébré par LEIBNIZ, est le plus simple système de numération de position et technologiquement le mieux réalisable. *Décimaux*, compte-tenu de nos dix doigts, de nos dix orteils, de notre langage usuel (qui est décimal !), de nos systèmes monétaires, de notre système métrique, des myriades de tonnes d'écrits décimaux.

Minicomputer est une harmonieuse symphonie composée sur deux thèmes fondamentaux : le binaire et le décimal. Sa musique, simultanément et sans douleur, invite et introduit les enfants à un ballet décimal aux figures binaires de samba. Minicomputer habille les nombres suivant l'habituelle mode décimale. De cette manière, il maintient tous les avantages de l'écriture décimale usuelle, mais son usage de sous-vêtements binaires est une aide précieuse.

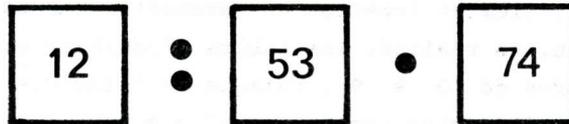
Rêve futuriste

D'une pierre, deux coups : l'initiation aux nombres décimaux et aux nombres binaires, ainsi que la plus forte motivation possible à l'apprentissage des nombres et de leurs jeux. Le système décimal a beaucoup en commun avec les produits pétroliers : il devient relativement de plus en plus cher. Le système binaire serait de beaucoup meilleur marché. En sommes-nous à penser que le système décimal touche à sa fin ? Certainement pas ! Cependant les Romains se sont-ils imaginé que leur système de numération viendrait jamais à disparaître ? Il fut totalement impensable que le système décimal pourrait passer jusqu'au jour où les Anglais ont décidé de décimaliser la Livre et que les Américains ont adopté progressivement le système métrique décimal. Depuis lors, il est devenu de moins en moins incroyable que le système décimal puisse connaître un déclin. Cette vision prospective est aujourd'hui inévitable. Mais, même dans une telle perspective, la reconversion de l'hybride Minicomputer binaire-décimal en Minicomputer binaire pur pourrait être réalisée sans aucune difficulté. En tant qu'aide pédagogique pour le calcul en système décimal, Minicomputer se sert des nombres binaires pour étudier les décimaux ; il est possible qu'il se mue en instrument de transition du système décimal au système binaire.

Plus hybrides

Dans l'état actuel des choses, l'hybridité constitue un avantage pédagogique de Minicomputer parce que les hybrides sont tellement

répandus et amusants dans notre vie quotidienne, surtout dans le domaine des nombres. Regardons ces gosses qui suivent les sports à la télévision (en même temps que leur père et leurs professeurs) et lisent les temps sur l'omniprésent cadran



Ce système de position est extérieurement mixte : hexagésimal - hexagésimal - centésimal. Mais les chiffres hexagésimaux - hexagésimaux - centésimaux 12 : 53 . 74 sont, de manière interne, écrits suivant l'usuel système décimal de position. Ainsi, ce cadran très répandu est *doublement* hybride.

Extérieurement : hexagésimal - hexagésimal - centésimal.

Intérieurement : décimal.

Minicomputer est beaucoup plus simple que ce cadran familier.

Il est décimal pur extérieurement et binaire pur intérieurement.

Langage commun

En prenant l'exemple évident de la mesure du temps comme situation hybride inévitable, nous avons vraiment été charitables. Nous aurions aussi bien pu mettre l'accent sur le fait que l'énonciation courante pour les nombres ne suit pas complètement les règles strictes de l'officielle numération de position décimale. Il faut être un linguiste-expert pour reconnaître *dix et un, dix-deux, ..., dix-six* dans *onze, douze, ..., seize*. La lecture usuelle de la date fameuse 1918, *dix-neuf cent dix-huit*, est hybride elle aussi. Elle est extérieurement centésimale-centésimale et intérieurement décimale. La lecture anglaise de la même date, *nineteen hundred eighteen*, est plus subtilement hybride : centésimale-centésimale extérieurement, elle est intérieurement décimale dans l'ordre inverse, s'il vous plaît ! Notre culture numérique porte en elle l'hybridisme comme une indéracinable faute originelle.

Soumission traditionnelle

Les *toutes premières* difficultés dans l'enseignement du calcul décimal sont essentiellement internes et rarement externes. Elles concernent, en réalité, les tables d'addition et de multiplication des nombres de 0 à 9. Puisque la forme des chiffres arabes est tout à fait arbitraire et n'a rien à voir avec la structure des objets qu'ils désignent, il est tout à fait impossible de lire sommes et produits de décimaux rien que sur leurs figures. Face à cette situation malheureuse, une batterie de moyens mnémotechniques est traditionnellement introduite qui, en définitive, est destinée à faciliter la mémorisation des sempiternelles tables d'addition et de multiplication. Dans les meilleurs cas, de tels produits et sommes sont construits d'une manière plus ou moins concrètes, mais les résultats doivent toujours être *comptés* après coup et les tables apprises par coeur. Ceci mène à une attitude dogmatique de soumission.

Vers la maîtrise de la situation

Minicomputer agit d'une manière complètement différente, plus démocratique. Il croit que la numération de position est bonne, non seulement de manière externe mais aussi de manière interne. Il suggère de l'utiliser *de manière interne* au bénéfice des basses classes dans la société des nombres. Bref, il représente les chiffres décimaux dans le système binaire.

Sous ce régime, les enfants n'ont plus à *compter* les résultats d'opérations sur chiffres décimaux : il leur devient possible de *calculer* ces résultats d'une manière très rationnelle. Cela renverse complètement le climat psychologique. Auparavant les enfants étaient *soumis* à la situation et obligés à se souvenir d'un tas d'informations sans lesquelles ils étaient perdus. Minicomputer permet aux enfants de *maîtriser* la situation. Progressivement, ils mémoriseront les sommes et produits des tables, exactement comme ils enregistrent les mots

fréquemment utilisés, sans effort spécial.

Face aux oublis ou hésitations possibles, ils sont en mesure de recalculer les résultats envolés et de tester leur mémoire.

Numération de position

Tandis qu'il évite les explications de nature théorique, Minicomputer suggère des règles maniables pour représenter très économiquement les nombres. Sa méthode introduit l'idée générale de notation positionnelle beaucoup plus tôt que de coutume.

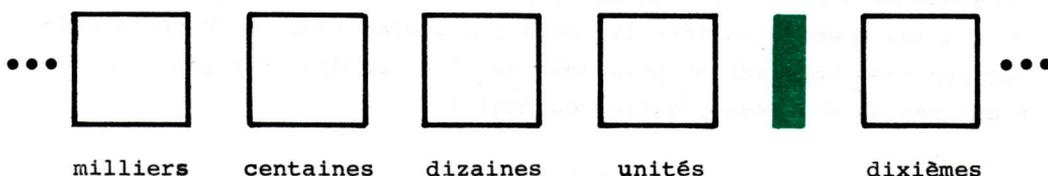
Dans le traditionnel système décimal pur, non encore doué d'une *structure fine binaire* (suivant l'élégante expression de Peter BRAUN-FELD qui désigne ainsi un système décimal dans lequel les chiffres décimaux sont dessinés, comme par Minicomputer, selon des règles de position binaires), les nombres capables de véhiculer la vraie notion de système positionnel deviennent rapidement trop grands. Traditionnellement, dans beaucoup de pays, la première année primaire se cantonne aux entiers de 0 à 20. En telle situation appauvrie, aucune occasion n'est offerte de saisir l'idée merveilleuse de la notation de position. Dans cet échantillon famélique de nombres, une seule personne mérite un "2" en deuxième place (et encore reçoit-elle "0" comme premier chiffre !). Tous les autres nombres de cette collection sans inspiration possèdent un "1" en deuxième place ou bien n'ont pas de deuxième position du tout !

L'idée de notation positionnelle ne naît que si on a affaire à une répétition de sauts d'une place à la suivante. Dans le régime décimal homogène pétrifié, les choses se haussent rapidement hors d'atteinte des enfants : un, dix, cent, mille. Ceci n'arrive pas dans la gentille suite binaire : un, deux, quatre, huit. Avec Minicomputer, les gosses jouent d'emblée avec des numéraux positionnels à *quatre chiffres*. Cet appoint pédagogique offre des facilités positionnelles aux premiers nombres qui sont maîtrisés. Aussi longtemps que Minicomputer est concerné, le tout premier propos de sa notation positionnelle

est la synthèse du connu. Cependant les jeux libres en ses jardins transforme progressivement, rapidement, souplement, irrésistiblement ce rôle en celui de puissant instrument de découverte de l'inconnu, contribuant à la naissance et au développement de l'authentique notion de nombre.

Abaques

C'est une méprise occidentale de croire (ou de sembler croire) que, partout sur notre planète, tout le monde calcule comme nous, armés d'un papier et d'un crayon. Des abaques ont été très longtemps utilisés en Europe, et sont encore en action au Japon, en Russie ...etc. En URSS, il est tout à fait habituel de voir un petit abaque sur la console d'un énorme ordinateur électronique, grand grand grand ... grand petit-fils de l'ancien abaque, tout à fait différent de son ancêtre, aussi bien en portée qu'en taille, quantitativement et qualitativement, rendant possible toute une gamme d'usages nouveaux. Dans notre monde occidental, des abaques continuent à être utilisés dans l'enseignement. Minicomputer est un abaque usant de *plaques* et de *pions*. Les plaques sont carrées, organisées horizontalement suivant les habitudes décimales courantes.



Seule la structure binaire interne doit être précisée.

Au cœur du sujet

Comme il faut représenter les nombres 0 à 9 en binaire, quatre places sont nécessaires (et suffisantes !)

0 = 0000 1 = 0001 2 = 0010 3 = 0011 4 = 0100
 5 = 0101 6 = 0110 7 = 0111 8 = 1000 9 = 1001

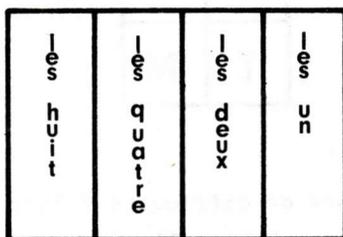
Les configurations binaires des naturels 10 à 15

10 = 1010 11 = 1011 12 = 1100 13 = 1101 14 = 1110 15 = 1111

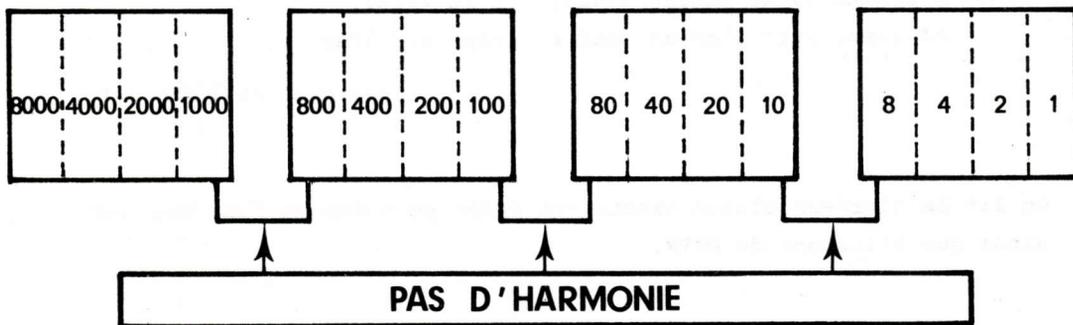
ne sont pas employées, tout comme dans la plupart des grands ordinateurs, tout comme les numéraux décimaux 60, 61, 62, ..., 97, 98, 99 pour les minutes et secondes.

Vient alors la question cruciale : comment disposer ces quatre chambres dans la maison-plaque ?

Une première idée consisterait à les disposer en colonnes

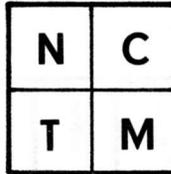


Mais alors, rien de particulier ne distinguerait la structure binaire interne de la structure décimale externe, et aucune harmonie ne serait établie entre les pièces voisines des *différentes* maisons



Rien dans ce récitatif positionnel monotone ne nous inviterait à la formule-clé $2 + 8 = 10$ qui illumine le ciel des relations entre les systèmes binaire et décimal.

Minicomputer évite ces inconvénients en agissant comme le font d'autres enseignants : en devenant membre du National Council of Teachers of Mathematics (Société américaine des professeurs de mathématique), en adoptant complètement la psychologie demandée à tout membre de cette association, c.à.d. en refusant d'écrire platement ce sigle linéaire NCTM, lui préférant les triomphantes armoiries.



En fait, personne n'éprouve de difficulté à lire cet emblème parce qu'il utilise l'organisation habituelle de notre écriture : dans chaque ligne, de gauche à droite et pour les lignes, de haut en bas.

*Quand à longs traits je boy l'amoureuse étincelle
Qui sort de tes beaux yeux, les miens sont esblouïs.
D'esprit ny de raison troublé je ne jouïs,
Et comme yvre d'amour tout le corps me chancelle.*

Pierre de RONSARD

On lit le glorieux blason exactement comme ce poème et Minicomputer ainsi que l'insigne du NCTM.

Cependant, comme notre écriture décimale nous est arrivée par l'entremise des Arabes, nous avons conservé l'écriture de gauche à droite : milliers, centaines, dizaines, unités. De même, en notation binaire, nous écrivons, toujours de gauche à droite : les huit, les quatre, les deux, les un. Autrement dit, sur Minicomputer, et conformément aux règles du NCTM :

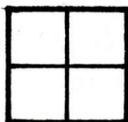
les huit	les quatre
les deux	les un

Un peu d'histoire

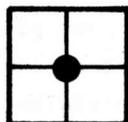
Le livre *Minicomputer* explique comment certaines idées de Georges LEMAITRE sur une nouvelle graphie des chiffres décimaux ont inspiré la découverte de Minicomputer.

La morphologie des plaques de Minicomputer est si naturelle que, comme l'explique l'encyclopédiste français DIDEROT dans sa *Lettre sur les aveugles*, elle servait déjà de structure d'un langage arithmétique élémentaire introduit par le mathématicien anglais Nicolas SAUNDERSON (1682-1739), aveugle depuis l'âge d'un an.

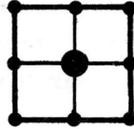
Ce dernier utilisait exactement le même dessin



qui est, en fait, un dispositif pré-Braille. Une grande épingle au centre de la figure



permettait de localiser le carré tandis que des aiguilles plus petites placées au pourtour



participaient à un codage des chiffres décimaux

Malheureusement, le codage de Saunderson était complètement arbitraire et ne suivait aucune règle de position. Néanmoins, il y a deux cents ans, un ancêtre de Minicomputer était déjà utilisé pour aider les aveugles à calculer.

Langage coloré

Minicomputer peint les quatre carrés de ses plaques en différentes couleurs ce qui fournit un langage simple et pratique pour parler des diverses positions binaires. Il rend hommage à Georges CUISENAIRE en choisissant les couleurs maintenant célèbres de sa gamme des rouges :

brun	mauve
rouge	blanc

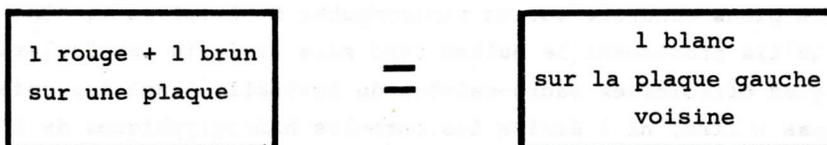
Avec ce langage coloré, chaque plaque adopte les mêmes règles :
deux pions sur le blanc = un pion sur le rouge,
en bref : deux blancs = un rouge
Et ainsi de suite :

deux rouges = un mauve
deux mauves = un brun.

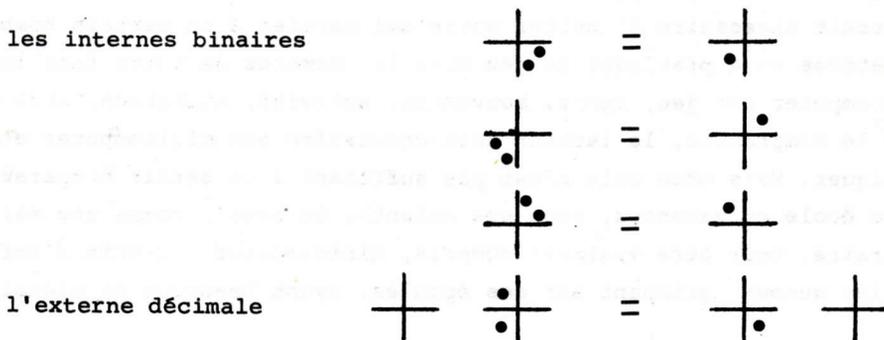
Ces règles sont valables sur chaque plaque, sur celle des unités, comme sur celle des millions, comme sur celle des centaines. Ceci achève la présentation des règles internes de Minicomputer, c.à.d.

celles qui concernent chaque plaque en elle-même.

Reste à produire les règles externes, c.à.d. les règles décimales. En tenant compte des règles binaires précédentes, toute l'organisation décimale se résume brièvement par la formule $2 + 8 = 10$, ou mieux encore par



Rappelons les règles de Minicomputer



Bimanuelisation

Les règles de Minicomputer sont extraordinairement simples. Elles consistent toutes en le remplacement de deux pions par un seul, et vice versa. De tels gestes sont parfaitement adaptés, non aux quadrumanes, ni aux décamanes, mais bien plutôt aux bimanues, petits animaux fort communs dans nos classes. Grâce soient rendues à Minicomputer, toute la machinerie décimale jouit d'un caractère dyatique. Très souvent, la méthodologie change certains aspects de la mathématique et, à vrai dire, elle est devenue partie intégrante de la mathématique.

Les enfants emportent Minicomputer pour la vie

Dans le seul but de réaliser des calculs motivants, les gosses jouent avec des pions concrets sur un minicomputer matériel de la même manière qu'ils pratiquent le ballon rond sans avoir lu préalablement les règles officielles sacro-saintes du football. Ainsi les enfants n'ont pas à lire, ni à écrire les formules hiéroglyphiques de l'avant-dernier paragraphe ci-dessus. Mais pourriez-vous donner une bonne idée du football à un martien simplement en lui envoyant le règlement et quelques-uns des poétiques comptes-rendus du journal "Les Sports" ? Il serait nécessaire d'inviter votre ami martien à un certain nombre de matches et à pratiquer le jeu avec les membres de votre famille. Minicomputer est jeu, sport, mouvement, activité, animation, amusement ! Pour le comprendre, le lecteur doit construire son minicomputer et le pratiquer. Mais même cela n'est pas suffisant ! Ce serait comparable à une école en vacances, sans ses enfants. Ce serait comme une maison funéraire. Pour être vraiment compris, Minicomputer a besoin d'enfants sur les genoux, grimpant sur ses épaules, ayant beaucoup de plaisir.

Euclide

Vive la numération de position, mais pas cette triste numération linéaire. Une ligne est triste. Une ligne est moins intuitive. Une ligne ne permet pas les pas de côté.

Un des objectifs d'Euclide était l'exposé de la géométrie dans l'espace et pourtant la plus grande partie des *Eléments* ne concerne ni l'espace, ni les droites mais bien le plan ! "Euclide demeure le maître commun de tous les professeurs de mathématique". Cet accent sur la géométrie plane reste d'actualité. Nous écrivons sur papier plan, nous regardons un écran de télévision plan, nous nous promenons dans des sentiers plans, nous conduisons sur des routes planes, nous mangeons dans des assiettes planes posées sur des tables planes, nous nous asseyons sur des chaises planes, nous jouons dans des stades

plans, nous dormons dans des lits plans. Qu'il est difficile de marcher en équilibre sur un fil tendu ! Minicomputer remplace le fil de la numération de position décimale linéaire par un jeu bi-dimensionnel. Minicomputer est *extérieurement unidimensionnel* et *intérieurement bi-dimensionnel*.

Pas de danger de confusion

La musique de Minicomputer utilise deux thèmes fondamentaux : le décimal et le binaire. Chacun d'eux garde sa propre intégrité. Mais ils ont un air de famille et s'accordent harmonieusement. La distinction entre les deux sortes de règles positionnelles est néanmoins d'une clarté explosive. Les mouvements binaires sont des vols intérieurs sur chaque plaque alors que la *dernière règle* passe d'un pays à un de ses voisins. Les enfants ont totalement conscience de ces faits, et ils accompagnent souvent d'un bruyant "Bang" le passage de ce mur du son.

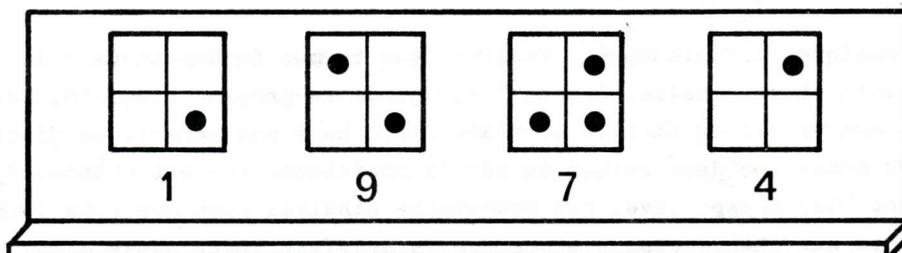
L'enfant et l'humanité

Professeur silencieux, avec un sourire de Mona Lisa, Minicomputer amène les enfants à découvrir par eux-mêmes la grandeur de la numération de position. Posant 403 sur son minicomputer, cet enfant s'exclame : *"Quatre cent trois et je n'ai besoin que de trois pions pour écrire un si grand nombre !"* Rêve-t-on d'un plus beau chant d'admiration pour ce qui est vraiment magique dans la numération de position ? Merci, Minicomputer, cet enfant sent d'emblée le souffle chaud du génie humain lui caresser le visage.

Heureux mariage

Minicomputer est extrêmement libéral et respecte la liberté personnelle à la fois de l'enfant et du maître. Il n'aime pas fournir des conseils sur la manière de l'utiliser parce qu'il serait navré au plus haut point si ses déclarations devenaient un nouveau dogmatisme.

Mais il devient nerveux quand quelques-unes de ses transcriptions écrites jouent le rôle d'une nouvelle écriture hiéroglyphique. Minicomputer croit qu'il est tout à fait adapté à l'usuelle notation décimale et il est en complet accord avec ces enseignants qui, dès le tout début, écrivent à la craie l'usuelle expression décimale sous le minicomputer concret.



Paradis de la liberté créative

Pour la plupart des enfants, la transitoire écriture Minicomputer sur papier est une perte de temps, une sous-estimation de leurs aptitudes et sans doute une porte ouverte à la régression. Le terrain de jeu de Minicomputer est un paradis pour la liberté créative. Ses jeux à grande vitesse, faits d'une multitude de mouvements rapides, peuvent être tués par le ralentissement et l'ennui provenant des difficultés techniques d'une notation transitoire inutile.

L'écriture est la plus grande découverte de l'humanité.

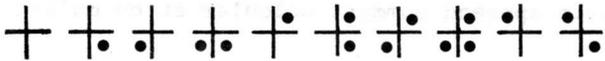
Et parfois, on peut assassiner la pensée. Le fétichisme de l'écriture est une des plus grandes erreurs possibles de l'enseignement de la mathématique. L'usage maniaque d'une notation écrite pour Minicomputer heurte de plein fouet le véritable esprit de notre ami. Aussi lui pardonnerez-vous s'il se joint parfois aux enfants qui chantent joyeusement

*Les cahiers au feu
Et les maîtres au milieu !*

Position et formation

Posons des pions sur les diverses cases d'un minicomputer (à deux ou trois plaques). Certaines cases peuvent supporter plusieurs pions. D'autres peuvent être vides. Quoi qu'il en soit, cette position est un terme nommant un nombre.

CALCULER ce nombre
=
TROUVER
parmi toutes les positions nommant ce nombre
la SEULE
formée de chiffres (décimaux) de Minicomputer



nous l'appellerons une FORMATION

En bref

CALCULER = Passer d'une position à sa formation

Ceci sera pratiqué par usage répété des quatre règles de Minicomputer (chacune étant applicable dans deux directions opposées)

Comme c'est gai !

Presque toujours il existe une multitude de routes pour aller d'une position à sa formation. Certaines plus longues, d'autres plus courtes. Lorsque vous vous promenez dans un parc ou un bois, seul ou avec une amie, empruntez-vous toujours le plus court chemin d'un

point à un autre ? Ne prendre que les plus courts chemins, c'est jouer à la guerre. Le reposant Minicomputer fait d'un jeu soumis à des règles strictes un véritable délassément. Il abhorre la routine, la systématisation, les directives, les programmes uniformes. Il vous permet la *promenade*, les allées et venues; il vous permet même les arrêts, les attentes et les repos. Pourvu que vous respectiez les quatre règles de Minicomputer, aucun dommage ne peut arriver : le même nombre restera écrit sur Minicomputer, d'une manière ou d'une autre. Si vous êtes fatigué, vous pouvez arrêter : la nourriture ne se gâtera pas sur Minicomputer. Vous pouvez être tout à fait tranquille et admirer ce merveilleux papillon, dansant au soleil d'été, ou organiser la poursuite d'un vol imaginaire sur le ruban jaune ornant la chevelure de votre espiègle voisine.

Minicomputer a beaucoup de sympathie pour tous ces enfants qui n'aiment pas fixer très longtemps leur attention.

Avec Minicomputer, on apprend comment calculer et ce qu'est le calcul.

Ballet

Regardez ces danseurs de samba ou de bossa-nova. Est-ce un jeu suivant des règles ou un divertissement ? Un *divertissement* ! Parce qu'ils n'ont jamais étudié des règles; parce qu'ils évoluent avec une apparente complète liberté. Virant à gauche, à droite, glissant en avant ou en arrière. Suivant leur propre inspiration et l'espace que leur laissent les autres couples.

Un *jeu réglé* ! Car, si vous y regardez de plus près, vous remarquerez que la danse obéit à certaines règles et qu'elle est adaptée à une musique en deux-quatre temps. Une telle combinaison de beaucoup d'amusement avec une pointe de règles est typique des danses populaires (lorsqu'elles ne se sont pas compliquées et abîmées *a posteriori*). Il en va de même pour Minicomputer. Il vous permet de jouer ci et là, en avant ou en arrière. Mais chaque mouvement atomique doit être en accord avec le Tétralogue de Minicomputer. Ayant beaucoup en commun avec les danses populaires à deux-quatre temps, Minicomputer parti-

cipe à certaines des pulsions les plus spontanées et les plus profondes de l'humanité.

Il est difficile de danser une samba seul. Et lorsqu'on décide d'attaquer une bossa-nova avec quelqu'un, on doit s'accorder sur un tempo commun bien déterminé. Minicomputer est beaucoup plus flexible. Son jeu peut être joué seul, sur un pupitre, une table, une chaise, le parquet, au lit, au tableau, horizontalement ou verticalement, debout, assis, accroupi ou couché sur le ventre de quelqu'un, en mangeant, en buvant, en chantant, en souriant ... Dans une classe, chaque enfant peut jouer avec son propre minicomputer, résolvant son propre lot personnel d'exercices à son rythme propre. Minicomputer n'impose aucune limitation de vitesse et est parfaitement adapté à l'enseignement individuel dans une classe surpeuplée.

Caractère social

Mais Minicomputer est aussi approprié aux grandes manifestations collectives. En de telles occasions, il convient de se servir d'un grand minicomputer magnétique mural, suspendu au tableau, de manière à ce que l'on puisse écrire au tableau sous l'espace laissé par le minicomputer. Au cours d'un grand calcul collectif, chaque enfant de la classe peut jouer sa part. La plupart du temps, de multiples mouvements sont possibles, plusieurs sont utiles, certains semblent plus faciles que d'autres. Lorsqu'il vient au tableau, chaque enfant choisit spontanément sa propre voie pour contribuer à l'entreprise collective. Dans ses aspects sociaux, Minicomputer propose une spontanée et harmonieuse division du travail.

Stratégies

Son large degré de liberté distingue définitivement Minicomputer d'un quelconque automate purement mécanique. Aucune note correcte jouée au clavier d'un minicomputer en service ne peut endommager

la situation : le nombre indiqué reste le même. Mais réaliser des mouvements atomiques peut n'être d'aucun intérêt. Minicomputer ressemble au piano : ses notes sont fixées par le Tétralogue et on peut en tirer bruit informe ou musique intelligible. De leur expérience avec Minicomputer, les enfants apprennent qu'... il est préférable de réfléchir avant d'agir. Face à son minicomputer, le plus jeune se sent général à la tête d'une armée de pions qu'il a à conduire à la formation. Quand plusieurs élèves sont confrontés au problème implicitement et silencieusement posé par un minicomputer chargé, ils réagissent en officiers d'état-major consultant leurs cartes. Ils proposent, discutent et opposent diverses *stratégies*. Minicomputer permet tranquillement à l'enfant d'apprendre ce qu'est une stratégie et à ne pas agir inconsidérément.

Syntaxe et sémantique

Heureux marié ! Son épouse peut être regardée sous tant d'angles différents qu'il n'a aucun mérite à fuir la polygamie. C'est ce qui arrive avec Minicomputer. Vous pouvez le regarder à travers des lunettes syntaxiques, à la manière d'un facteur de pianos qui ne serait intéressé que par le mécanisme et le son produit plutôt que par la musique. Dans un tel contexte, Minicomputer avance un système formel et des règles de "déduction". Et cela peut ne pas être complètement dénué d'intérêt et d'utilité. Cependant, il est aussi possible de regarder Minicomputer avec des sentiments purement sémantiques. A tout moment, vous pouvez ramener toute votre armée sur la case blanche des unités. Ou, si le nombre est trop grand, vous pouvez prétendre que vous avez agi ainsi. Cette manœuvre, réelle ou imaginée, fournit l'interprétation la plus intuitive du nombre nommé par Minicomputer. Notre heureux époux doit veiller à satisfaire tous les divers aspects de sa multivalente moitié. Les aspects syntaxiques et sémantiques sont des parties authentiques de la mathématique et devraient tous deux être soulignés. Et Minicomputer le permet à un niveau élémentaire selon un mode parfaitement harmonieux.

Anatomie des nombres

Sûrement avez-vous entendu dire que des enfants - ou des gens - avaient appris leur anatomie simplement en jouant les uns avec les autres. Ceci arrive, dans un sens en tout cas, lorsqu'un enfant joue avec un nombre sur Minicomputer.

Les mouvements permis présentent le nombre vu sous une multitude d'attitudes qui passent par les mains des enfants et devant leurs yeux comme les images d'un film rapide. De tels jeux enrichissent la connaissance concrète de l'anatomie de ce nombre avec une ampleur qui n'était pas très souvent réalisée avec l'aide des moyens pédagogiques antérieurs. Il est manifestement impossible d'inscrire sur papier une aussi riche moisson d'informations précieuses. Et ceci peut frustrer ces enseignants amateurs du crayon et du papier, tout particulièrement ceux qui sont possédés par le démon notateur. Qu'importe ! Aux traces de crayon sur le papier, Minicomputer préfère les traces dans le cerveau.

La méthode d'approche de certains concepts de nombre peut différer de personne à personne.

Notre connaissance du nombre 7 n'est pas exactement la même que notre connaissance du nombre 23 543 174 208 000 419 200 137 . Pour les grands nombres utilisés par les adultes, il existe un accord général implicite pour les considérer comme connus... dès le moment où ils sont écrits suivant l'usuelle notation décimale. Un grand nombre écrit en notation binaire est déclaré être *dénué de signification*. Mais traduisez-le en décimal, et du coup il acquiert un sens ! Les choses procèdent d'une manière quelque peu semblable chez les enfants. Ils doivent avoir une première idée de nombres avant d'être capables de les représenter au moyen de formations sur Minicomputer. Mais, par le caractère hybride de Minicomputer et son attitude purement binaire vis-à-vis des petits nombres, les pré-requis sont d'un niveau extrêmement bas.

Enfants handicapés

Ceci explique pourquoi Minicomputer permet d'enseigner certaines informations sur les nombres à des enfants fort retardés pour lesquels tous les essais antérieurs ont échoué. En telles situations d'enseignement exceptionnel, Minicomputer accepte quelques représentations de lui-même sur papier. Il est beaucoup plus facile de mouvoir des pions sur Minicomputer que d'écrire. Pour cette raison, Minicomputer fut très fructueux pour des enfants infirmes moteurs d'origine cérébrale (IMC). Ces enfants disposaient d'un minicomputer magnétique de table.

Un minicomputer évidemment adapté fut le premier matériel qui rendit possible l'enseignement du calcul aux aveugles sans avoir à utiliser l'intermédiaire du Braille. Cette application ferme la boucle ouverte par Saunderson.

Le succès de Minicomputer auprès de divers types de handicapés est très impressionnant et important. Il prouve combien ce moyen pédagogique utilise profondément les méthodes d'approche variées des premiers éléments d'arithmétique. Ces expériences nous ont déjà beaucoup appris et ont encore beaucoup à nous apprendre. C'est tout bénéfique, à la fois pour les handicapés et pour n'importe qui !

Commutativité et distributivité

Fermez les yeux tandis que j'alimente Minicomputer avec une longue suite de nombres. Lorsque vous rouvrez les yeux, vous lisez exactement le résultat : une position nommant la somme de ces nombres. Vous pouvez calculer la valeur de cette position : c'est le "calcul de la somme". Mais vous ne disposez d'aucun moyen pour découvrir quels sont les nombres que j'ai posés sur la machine, ni dans quel ordre les différents pions ont été présentés, ni de quelle manière ils furent associés. Ce fait fondamental est exprimé dans l'assertion : Minicomputer est une machine *commutassociative*. Le mot "commutasso-

ciative" a été introduit par MAC LANE :

Commutassociative = Commutative et associative.

Un mot composé au lieu de deux mots distincts pour souligner le fait que la commutassociativité est *une* propriété en soi.

Minicomputer met ce fait en évidence. L'associativité de l'addition signifie que l'addition n'aspire pas à être une opération binaire.

La somme d'une suite de nombres a un sens bien défini indépendamment de toute information fournie en sus par les parenthèses.

Par sa vraie nature, l'addition est une opération *finitaire*.

Faute de mieux, les mathématiciens ont formalisé l'addition en *habît binaire* que Minicomputer nous autorise joyeusement à enlever.

Il est impossible de cacher que

frère Sept  est d'emblée écrit en somme ternaire.

Minicomputer nous invite, dès le tout début, aux additions finitaires qui appartiennent, comme on le voit immédiatement, à la connaissance commune des enfants. L'addition finitaire est naturelle ! La restriction à l'addition binaire est artificielle !

Par une simple réalisation de multiplications par petits nombres comme additions répétées, Minicomputer met en lumière que *Multipli-cation distribue Addition*, une des règles les plus fondamentales de l'algèbre élémentaire et la pierre angulaire du calcul technique.

Reports décimaux

Sur Minicomputer, un report décimal est effectué selon la règle : rouge + brun = blanc suivant, que nous citerons brièvement par $2 + 8 = 10$. Minicomputer est en accord avec le principe traditionnel suivant lequel reporter est plus facile à comprendre et à réaliser lorsqu'il n'y a qu'un report. Ainsi Minicomputer effectue les reports un à un. Mais sur ses parvis, il est naturel de pratiquer tous les

reports successivement. Chaque fois que vous avez $2 + 8$ sur une plaque, vous pouvez reporter 1. Chaque fois que vous avez 10 sur une plaque, vous pouvez reporter 1. Si vous disposez de 3×10 sur une plaque, il vous est permis de reporter 3. Si une plaque nomme 37, vous reporterez 3. Avec Minicomputer, il n'y a aucune raison de refouler $27 + 27 + 27$ de première année sous prétexte qu'"il y aurait à reporter plus que 1".

Manipulation

On recommande souvent que les enfants soient amenés à manipuler des objets pour leur apprendre certains aspects de la mathématique au travers d'une multitude de canaux sensori-moteurs. Et il est clair que de nombreux vocables du langage mathématique courant évoquent des manipulations et des mouvements. On parle, par exemple, de déplacement et de retournement en géométrie ... et de report en calcul élémentaire. Mais dans la plupart des cas, de telles références cinématiques sont plutôt des figures de style, et le vrai travail se passe dans l'imagination. Dans les meilleurs cas, cet aspect physique est réduit au papier et au crayon. Au contraire, Minicomputer permet, inspire et requiert d'authentiques manipulations. Et, en particulier, sur ses terres, un report arithmétique devient enfin un vrai report.

Reports

En fait, les quatre règles de Minicomputer sont des reports (ou des emprunts). Sur chaque plaque, des reports binaires. De plaque à plaque, des reports décimaux. Ces derniers furent toujours considérés comme les pierres d'achoppement dans l'apprentissage du calcul élémentaire. Ici encore, Minicomputer les aborde d'une manière très progressive, souple et gentille, commençant par les inoffensifs reports binaires qui jouent leur propre rôle dans la fréquentation familière des très petits nombres et qui, en même temps, jouent le rôle d'une introduction tout à fait innocente au report décimal.

Entiers

Minicomputer porte en lui la commutassociativité. Celle-ci est respectée lorsque deux armées de pions de couleurs différentes s'affrontent sur le champ de bataille de Minicomputer. De cette façon, Minicomputer réalise aussitôt l'addition des entiers, qui reste commutassociative. La très désagréable soustraction se ramène à une addition d'entiers de manière évidente : $a - b = a + \bar{b}$.

Il serait vain d'introduire artificiellement un problème là où il n'y en a pas.

Affectivité

Minicomputer n'est ni une mère abusive, ni un père protecteur. Comme tous les parents raisonnables, il sait qu'il doit préparer les enfants à son décès ... mais pas trop tôt ! Créer des orphelins n'est pas le meilleur moyen pour se défendre d'une attitude accaparante.

Déjà dans les jardins de Minicomputer, les enfants acquièrent une certaine indépendance vis-à-vis du Tétralogue. En un clin d'oeil, ils inventent de nouvelles règles de "déduction".

$$\begin{array}{c} | \\ \hline | \end{array} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ | \\ \hline | \\ \bullet \end{array} = \begin{array}{c} | \\ \hline \bullet \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ \bullet \\ \hline | \end{array} \quad \text{et aussi} \quad \begin{array}{c} \bullet \\ | \\ \hline | \\ \bullet \end{array} = \begin{array}{c} | \\ \hline \bullet \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ \bullet \\ \hline | \end{array}$$

Un autre signe d'indépendance de la part des enfants est leur libération des pions *concrets*. La tendance à l'abréviation et aux raccourcis, qui est si vive chez l'enfant, conduit à une grande simplification des procédés de Minicomputer : mimer la danse de pions imaginaires sur un minicomputer réel mais vide.

En dernière étape, certains enfants ne feront plus qu'imaginer ce qui se passerait sur Minicomputer. Et c'est bien ainsi. Minicomputer a un aspect affectif. L'enlever trop tôt serait une erreur. C'est une bonne idée de le laisser en classe même lorsque la plupart des enfants n'en ont plus réellement besoin. Il peut arriver en effet que tel enfant aime y jeter un coup d'oeil, pour un calcul ou simplement en ami.

De surcroît, Minicomputer est très utile une fois encore pour les décimaux, les entiers et la préparation aux nombres réels.

Il n'y en a qu'un seul comme toi

Les psychologues racontent souvent combien nous sommes marqués par les événements de notre enfance. Certains traits de l'irruption des premiers nombres dans notre vie et notre cerveau sont indéracinables. Certains de ces nombres resteront nos amis toute notre vie.

Et nous prendrons toujours plaisir à les rencontrer encore et à entretenir avec eux de bonnes relations. Ainsi, tout va bien si Minicomputer laisse une trace dans certains cerveaux par sa présentation tout à fait rationnelle et scientifique, utilisant une numération positionnelle décimale globale et une binaire locale. Tout est pour le mieux si le temps efface l'aspect binaire au profit du décimal pur. Tout est parfait si certains accents binaires restent perceptibles. La notation décimale-binaire n'est pas forcément transitoire.

Lorsqu'on pose un même calcul dans une classe traditionnelle et dans une classe qui se sert de Minicomputer, on remarque bien que, dans le premier cas, tous les enfants suivent une ou deux méthodes rigides alors qu'en classe de Minicomputer, les méthodes utilisées sont d'une variété extrêmement riche.

Minicomputer respecte la personnalité propre de chaque enfant.

Piaget

D'après Piaget, un des plus importants schèmes de raisonnement réside dans le *groupement*, une structure intermédiaire "entre groupe et treillis" qui fut finalement cernée, clarifiée et axiomatisée par WITTMANN. Récemment, H.G. STEINER a prouvé que *Minicomputer est un groupement de Piaget-Wittmann*.

De manière moins elliptique, l'ensemble de toutes les positions exprimant un même nombre, muni des règles de progression du Tétralogue constitue un groupement. Selon Steiner, ce résultat peut expliquer pourquoi les enfants trouvent tant de plaisir aux jeux avec Minicomputer et, inversement, offrir une confirmation supplémentaire à Piaget.

Pas cher

Dernier avantage et non des moindres. Dernier et pas cher !
Minicomputer est *bon marché*. N'importe qui peut construire un minicomputer, n'importe où, n'importe comment. Seuls des pions et des croix \oplus \oplus sont nécessaires. Les pions que vous voulez !
Hôte agréable, Minicomputer s'adapte à toutes les situations. On y a joué avec des ventouses sur les carreaux d'un mur de cuisine. On peut l'imprimer sur des tables, des nappes, des serviettes, des mouchoirs et jouer avec des capsules de bouteilles de bière, des diamants sur des châles de soie, des coquillages sur le sable de la plage ...

Dans " le voisinage de monsieur Rogers "

Sans aucun doute, une des plus remarquables merveilles des Etats-Unis d'aujourd'hui semble être le programme quotidien de télévision enfantine de Fred ROGERS "Le voisinage de monsieur Rogers". Ce chef-d'oeuvre d'ouverture d'esprit, de naturel, de spontanéité et de simplicité est le produit d'un talent hautement polyvalent joint à une connaissance et un amour profond de l'enfant. Le 23 mai 1974, voici ce qui s'est passé : monsieur Rogers avait en main une feuille de papier, (quoi

de plus naturel !), elle semblait implorer qu'on la plie et qu'on la coupe en deux. Cela donna 2 carrés superposés qui, lorsque la procédure fut répétée, produisit 4 rectangles superposés. Une situation finale de l'opération fournit 8 carrés. Pour aiguïser l'admiration, la perception et la compréhension des spectateurs, les 8 carrés finaux furent disposés sur le bureau reconstituant la feuille de papier originale et figurant inévitablement un minicomputer à deux plaques. L'exécution totale était rappelée et résumée par le comptage binaire 1, 2, 4, 8 et les calculs $1 + 1 = 2$, $2 + 2 = 4$, $4 + 4 = 8$. Aussitôt après, comme le ferait tout bon enseignant, Fred Rogers prit soin de renforcer fermement cette connaissance récente par une matérialisation nouvelle de ce comptage en se servant de ses doigts. D'une manière fort ingénieuse, ses doigts se mirent à jouer comme une marionnette, montrant $1 + 1 = 2$, $2 + 2 = 4$, $4 + 4 = 8$. A cet instant, à l'exception des pouces, tous les doigts étaient entrés en scène, exhibant 8. Mais nous avons dix doigts. Il ne serait ni honnête, ni économique de ne pas se servir des pouces. Et la dernière règle de Minicomputer surgit sur l'écran ! $2 + 8 = 10$. *Merci, monsieur Rogers*, vous avez merveilleusement prouvé combien les quatre règles de Minicomputer étaient naturelles et profondément enracinées.

En guise de conclusion

Il est possible de mal jouer sur un bon piano. Minicomputer est un clavier ouvert avec simplement quatre touches. Par nature, il est joyeux et plein d'entrain, permettant aux enfants de comprendre certaines situations ou conventions d'un coup d'oeil. Puisqu'il chasse beaucoup de la pénible routine passée, il serait pitoyable de le muer en un nouvel instrument de torture. A quelle fin ? Pour quel bénéfice ? Dans quel espoir ? Nous continuons à croire qu'il vaut mieux pour un homme d'être encore capable de réaliser lui-même certains calculs mentaux sans complications et/ou des calculs à la main. Mais ce n'est plus aujourd'hui qu'en vue, essentiellement, d'activités mathématiques ultérieures et pour des raisons culturelles. On peut même imaginer que, dans une société où le calcul aurait été

complètement mécanisé, un quelconque gourou indien réinventerait les calculs mentaux et manuels comme une nouvelle sorte de yoga mental et, dans un tel contexte, certains calculs numériques (avec ces vilaines fractions, par exemple) seraient considérés aussi difficiles que la position du lotus aux yeux de l'homme de la rue.

Bien qu'il soit une des dernières tentatives dans l'effort millénaire de l'humanité pour enseigner aux enfants comment calculer, Minicomputer n'est pas du tout un remède-miracle. Lorsqu'on s'en sert adéquatement, mettant plus d'insistance sur l'aspect structural profond plutôt que sur les aspects numériques plus ou moins accidentels, Minicomputer fournit une thérapie pour, en grossière estimation, la moitié des maladies usuelles du calcul traditionnel. Mais il reste encore l'autre moitié ! Et il n'est pas évident qu'il soit possible d'inculquer les techniques élémentaires du calcul à ces charmants bambins qui sont rejetés par les nombres mais qui sont souvent si adroits et si sensibles sous beaucoup d'autres rapports. La plupart des gens qui peuvent marcher sur une plage adorable se retrouvent tout à fait incompétents sur un fil tendu bien haut... ou sur la mer ... et ils le resteront toujours ! La majorité de nos braves lents apprentis en calcul considéreront le calcul numérique comme un exercice de haute voltige ... sinon comme une promenade sur les flots et un tel miracle ne se produit pas très souvent !

Les calculateurs électroniques de poche sont des envahisseurs aujourd'hui en nos murs. Comme nos élèves les trouvent si tentants et si amicaux, nous, professeurs de mathématique, avons à suivre ce flux irrésistible et irréversible et, pour une fois, nous devrions collaborer avec les troupes d'occupation. Dans cette perspective, Minicomputer prépare spontanément et naturellement la voie pour une utilisation finale, intelligente, intelligible et efficace des calculateurs de poche ... et de tous les autres.

Une éducation collective démocratique doit permettre à chaque enfant d'accomplir ses potentialités. Il ne doit pas abandonner le plus lent

en chemin et n'accompagner que les coureurs de tête. Mais il ne doit pas non plus stopper le plus rapide, le contraignant à attendre que les autres le rattrapent. Minicomputer permet un enseignement harmonieux, démocratique, individuel dans des classes collectives. Avec lui, les élèves les plus rapides, jouant avec beaucoup de plaques, comprennent un tas d'informations en une symphonie synthétique, globale, concise, jouée par les instruments variés de l'orchestre des canaux sensori-moteurs. Une pratique ultérieure de Minicomputer raffine leurs notions de nombre, de numération de position, d'addition et de multiplication, et ... de calcul mécanique.

Ce faisant, ils calculent réellement et les élèves les plus brillants mémorisent sans douleur les litanies entières des tables d'addition et de multiplication qui sont devenues, nous sommes bien obligés de l'admettre, de plus en plus inutiles. Et tout cela est pour le mieux.

Pour les autres élèves, les choses n'évoluent pas si rapidement, et la plupart d'entre eux réagiront comme les gens qui savourent un chant ou une pièce musicale sans être capables de se souvenir des paroles ou de la mélodie.

Mais l'existence des calculateurs électroniques de poche rend plus relative l'importance de certains apprentissages. Il suffit que Minicomputer aide ces élèves plus lents à comprendre ce qu'est la nature des nombres, de la numération de position, de l'addition et de la multiplication. Pour le reste, la partie purement mécanique peut être effectuée électroniquement, utilisant l'électricité au lieu du cerveau humain.

De plus, Minicomputer les aide à comprendre, en un sens, comment et pourquoi les calculateurs électroniques peuvent réaliser concrètement les opérations arithmétiques. A cet effet, les aspects plans, binaires de Minicomputer sont d'une grande aide. Le premier parce qu'il permet une vision globale du mouvement de l'armée entière et, en même temps, des pas atomiques-clés. Le second parce que, effectivement, les calculateurs électroniques de poche utilisent de manière interne la suprême simplicité du mécanisme binaire.

BIBLIOGRAPHIE

- BRAUNFELD, Peter, *On Papy's Minicomputer*, CEMREL, Inc., St. Louis, (1974), 10 p.
The Minicomputer : a didactical analysis, CEMREL, Inc., St. Louis, (1973), 32 p.
- COLLARD, Odette, *Analyse psychopédagogique du premier apprentissage du calcul numérique à l'aide du Minicomputer de Papy*, (Dissertation présentée pour obtenir le grade de licencié en sciences pédagogiques), Université catholique de Louvain, (1969), 201 p.
- CSMP (The Comprehensive School Mathematics Program), *Curriculum for Grades 1 and 2* (Teachers lesson plans and student workbooks), CEMREL, Inc., St. Louis, (1974).
An Introduction to the Mathematics of Grades K to 2 - A Manual for CSMP Teachers of Grades K - 2, (Chapters 2 and 3), CEMREL, Inc., St. Louis, (1974).
- CUISENAIRE, Georges, *Les nombres en couleur*, Librairie Duculot-Roulin, Tamines, (1952), 48 p.
- DENEE, Marguerite, *Minicomputer à l'école primaire*, NICO 3, CBPM, Bruxelles, Juin 1969, pp. 36-38.
- DIDEROT, Denis *Lettre sur les aveugles à l'usage de ceux qui voient*, (1749).
- DIESCHBOURG, Robert, *Un enseignement de la mathématique moderne pour des enfants mentalement handicapés*, NICO 10, CBPM, Bruxelles, Décembre 1971, pp. 34-63.
Un enseignement moderne de la mathématique à des enfants mentalement handicapés, NICO 13, CBPM, Bruxelles, Avril 1973, pp. 53-97.
Un enseignement moderne de la mathématique à des enfants mentalement handicapés, NICO 16, CBPM, Bruxelles, Juin 1974, pp. 129-153.
- DRABBE, Jean *Treillis et Minicomputer de Papy*, NICO 17, CBPM, Bruxelles, Décembre 1974, pp. 61-85.
- DUTRA, Teresa *Minicomputer à cinq ans*, NICO 12, CBPM, Bruxelles, Août 1972, pp. 64-73.
- FREDERIQUE *Les Enfants et la Mathématique 1*, Didier, Bruxelles-Montréal-Paris, (1970), 350 p.
Les Enfants et la Mathématique 1, Cahiers de mathématique, Didier, Bruxelles-Montréal-Paris, (1970), Instructions, 8 p., Premier cahier, 32 p., Second cahier, 32 p., Troisième cahier, 48 p.

Les Enfants et la Mathématique 2, Didier, Bruxelles-Montréal-Paris, (1971), 508 p.

Les Enfants et la Mathématique 2, Cahiers de mathématique, Didier, Bruxelles-Montréal-Paris, (1973), Premier cahier, 48 p., Second cahier, 48 p., Troisième cahier, 32 p.

Les Enfants et la Mathématique 3, Didier, Bruxelles-Montréal-Paris, (1972), 584 p.

Mathematics and the Child 1, Algonquin Publishing, Montréal, (1971), 350 p.

Minicomputer, Educational Studies in Mathematics, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, N° 2, (1969), pp. 333-45

Papy's Minicomputer, Mathematics Teaching, N° 50, Printemps 1970, pp. 40-45.

Two by Two, CSMP, CEMREL, Inc., St. Louis, (1974).

KLEINSCHMIDT, Gottfried, *Minicomputer und Cuisenaire-Stäbe im Mathematikunterricht des ersten Schuljahres, ausgewählte Beispiele*, 14 p.

KLEINSCHMIDT, Gottfried und KLEINSCHMIDT, Hildegard
Minicomputer und Cuisenaire-Stäbe im Mathematikunterricht des ersten Schuljahres, Unterricht heute, Ernst Klett Verlag, Stuttgart, (1971), N° 6, pp. 250-61.

LEMAITRE, Georges, *La calcul élémentaire*, Bulletin de la Classe des Sciences, Académie Royale de Belgique, 5ème série, Vol. XLII, (1956), pp. 1140-45.

Calculons sans fatigue, Nauwelaerts, Louvain, (1955), 41 p.

Comment calculer ? Bulletin de la Classe des Sciences, Académie Royale de Belgique, 5ème série, Vol. XL, (1954), pp. 683-91.

Pourquoi de nouveaux chiffres ? Revue des questions scientifiques, Juillet 1955, pp. 379-98.

MARSHALL, Larry Gene, *The Minicomputer : An educational tool* (Master of Science Thesis), University of Illinois, Urbana, (1971), viii, 871 p.

Minicomputer. Un ordinateur sans électronique, Media, N° 9, Janvier 1970, Paris, Institut Pédagogique National, pp. 26-36.

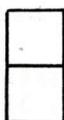
PAPY, avec la collaboration de FREDERIQUE,
Mathématique Moderne 1, Didier, Bruxelles-Paris-Montréal, (1963), 468 p.

- Modern Mathematics 1*, Macmillan, New York-Toronto, (1968), 459 p.
- Mathématique Moderne 2*, Didier, Bruxelles-Paris-Montréal, (1965), 442 p.
- Modern Mathematics 2*, Macmillan, London-Toronto, (1969), 434 p.
- Mathématique Moderne 3*, Didier, Bruxelles-Paris-Montréal, (1967), 452 p. (Sambas - p. 8, 88, 89).
- Minicomputer*, IVAC, Bruxelles, 186 p.; Societa Editrice Internazionale, Torino, (1971), 186 p., (italien).
- The Papy Minicomputer : Teacher's Guide*, Macmillan, New York, (1970), 31 p.
- PIAGET, Jean, *Essai de logique opératoire*, Deuxième édition du *Traité de logique. Essai de logique opératoire* (1949), Dunod, Paris, (1972), 398 p.
- ROGERS, Fred, "Mister Rogers' Neighborhood", Public Broadcasting Service Television program May 23, 1974.
- RONCARD, Pierre de, *Le premier Livre des Sonnets pour Hélène*, (1578).
- SHAKESPEARE, William, *Hamlet*.
- STEINER, Hans-Georg, *Der Minicomputer von Papy als Piagetsche Gruppierung*, *Didaktik der Mathematik 1*, (1973), Heft 1.
Analyse mathématique du concept de groupement de Piaget. Le Minicomputer de Papy comme groupement, NICO 15, CBPM, Bruxelles, Décembre 1973, pp. 77-94.
- THATCHER ROBINSON, T., *Using and teaching the Papy Minicomputer*, University of Illinois Curriculum Laboratory, Department of Mathematics, Urbana, (1969), 45 p.
- VANDEPUTTE, Christiane, *Un enseignement moderne de la mathématique à des enfants paralysés cérébraux*, NICO 13, CBPM, Bruxelles, Avril 1973, pp. 105-39.
Un enseignement moderne de la mathématique à des enfants paralysés cérébraux. Nombres et Minicomputer, NICO 16, CBPM, Bruxelles, Juin 1974, pp. 86-122.
- VAN DER WAERDEN, B.L., *Science awakening*, Oxford University Press, New York, (1961).
- WITTMANN, E., *Zum Begriff "Gruppierung" in der Piagetschen Psychologie*, *Beiträge zum Mathematikunterricht 1972*, Hannover, (1973), pp. 203-22.



De nouveaux chiffres pour minicalculateur

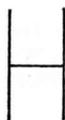
La pratique des minicalculateurs nous a familiarisés avec l'écriture des chiffres arabes usuels sur diodes électroluminescentes. Ils s'inscrivent dans la forme suivante



Ainsi, on lit

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Est-il illusoire d'imaginer qu'on puisse lire un jour sur l'écran de certains minicalculateurs les chiffres de LEMAITRE-PAPV, qui s'inscrivent dans le cadre simplifié



On verrait alors

— 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7

Alliance de la technologie et de la pédagogie de la mathématique !